Mathe für Bilanzbuchhalterinnen und Bilanzbuchhalter – Teil 1

Was Sie in diesem Dokument finden

Was in diesem Webinar behandelt wird

Thema

Mathe für Bilanzbuchhalterinnen und Bilanzbuchhalter
Aus der Algebra – Teil 1

Teil 2 befasst sich mit der Bearbeitung einfacher linearer Gleichungen und findet am Mittwoch, 01.04.2026 statt.

Termin

Donnerstag, 26.03.2026, 18 Uhr bis 20 Uhr

Umfang

Rechnen mit dem Dreisatz, Prozentrechnen und Brüche

Allgemeine Hinweise

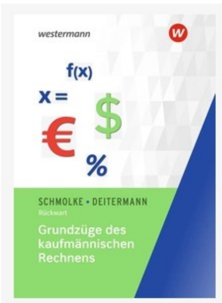
Schulstoff aus der Mittelstufe

Mit der Auswahl dieser Mathe-Themen sollen Sie in die Lage versetzt werden:

- Dreisatzberechnungen immer dann anzuwenden, wenn diese zur Lösung führen oder geeignete Formeln gerade nicht zur Verfügung stehen
- Prozentrechnen sicher anzuwenden, vor allem in den Kalkulationsverfahren der KLR
- Brüche und sonstige Rechenregeln so anwenden zu können, dass Sie alle Arten linearer Gleichungen schnell und sicher lösen.

Literaturhinweis

Wenn Sie sich eingehender mit den Methoden und Regeln des kaufmännischen Rechnens beschäftigen möchten, ist folgender Titel sehr hilfreich:



Aus der Reihe Schmolke/Deitermann der Westermann Gruppe

Rückwart, Wolf-Dieter: Grundzüge des kaufmännischen Rechnens. ISBN 978-3-14-110061-7. Dazu werden auch digitale Produkte angeboten.

Sie finden darin weiter Themen, wie Rechnen mit Verhältnisgleichungen, Währungsrechnung, Durchschnitts- und Verteilungsrechnung, sowie Zinsrechnung.

Rechnen mit dem Dreisatz

Wir unterscheiden den Dreisatz mit geradem Verhältnis und mit ungeradem Verhältnis. Der gerade Dreisatz arbeitet mit proportionalen Zuordnungen, währen der ungerade Dreisatz bei umgekehrt proportionalen Zuordnungen angewandt wird. In der Praxis ist der gerade Dreisatz wesentlich häufiger.

Der größte Teil aller Formeln aus der IHK-Formelsammlung ist über den Dreisatz ermittelt. Diese Methode hilft also auch weiter, wenn man die Formelsammlung gerade nicht zur Hand hat, oder die relevante Formel nicht findet. Bei einigem Geschick kann man den Rechenweg dann nämlich selbst ableiten. Sehr hilfreich!

Dreisatz mit geradem Verhältnis

Beispiel: bei einem Druckauftrag mit 10.000 Exemplaren fallen variable Kosten in Höhe von 387,00 € an. Welche variablen Kosten sind bei 20.000 Exemplaren zu veranschlagen?

Der Dreisatz beginnt zunächst mit einem Beispielsatz, der das Verhältnis zweier, in einem Zusammenhang stehenden Werte darstellt:

Beispielsatz: 10.000 Exemplare entsprechen ≙ 387,00 €

Danach kann dann der Zwischensatz gebildet werden, der den gesuchten Wert beschreibt:

Zwischensatz: 20.000 Exemplare entsprechen ≙ x €

Der unbekannte, also gesuchte Wert wird mit x dargestellt. Beispiel- und Zwischensatz müssen so aufgebaut werden, dass der unbekannte, gesuchte Wert auf der rechten Seite des Zwischensatzes steht. Für den Begriff „entsprechen“ oder „entspricht“ ist der Operator ≙ , oder ~ zu verwenden, weil = nicht richtig ist. Da unterschiedliche Benennungen verglichen werden, kann es sich nur um eine Entsprechung handeln.

Dann kann der Lösungssatz gebildet werden:

Lösungssatz:

$$x = \frac{20.000\ Exemplare\ \cdot 387\ €}{10.000\ Exmplare}$$

Beginnend auf der rechten Seite (oben) des Beispielsatzes wird über Kreuz multipliziert und dann durch die linke Seite oben dividiert:

10.000 Exemplare ~ 387,00 €

20.000 Exemplare ~ x €

	Blau steht für multiplizieren
	Rot steht für dividieren

Das Ergebnis erscheint dann mit der Benennung €, weil die Benennung Exemplare durch Kürzung entfällt. Es sind also: 774,00 €.

Berthold Kottmair, Betriebswirt (VWA)
60437 Frankfurt am Main
bert.kottmair@t-online.de

Dass hier ein gerader Dreisatz vorliegt, ist so erkennbar: man kann bereits beim ersten Hinsehen zu vermuten, dass bei Auflagensteigerung auch eine Steigerung der variablen Kosten eintreten wird, sich das Verhältnis der beiden Größen also proportional verändert.

Je mehr	10.000 Exemplare	~	387,00 €	umso mehr
Je weniger	20.000 Exemplare	~	x €	umso weniger

Umgekehrt funktioniert es genauso. Nähme die Auflage ab, dann wäre auch mit weniger variablen Kosten zu rechnen.

Dreisatz mit ungeradem Verhältnis

Beispiel: ein Job kann von 3 Mitarbeitern an 5 Tagen erledigt werden. Wie viele Mitarbeiter müssen eingesetzt werden, wenn der Job bei unverändertem Arbeitstempo in 3 Tagen erledigt werden soll?

In diesem Fall ist bereits beim Hinsehen erkennbar, dass bei weniger verfügbarer Zeit offensichtlich mehr Mitarbeiter notwendig sind:

Beispielsatz: 5 Tage entsprechen ~ 3 Mitarbeitern (MA)

Danach kann dann der Zwischensatz gebildet werden, der den gesuchten Wert beschreibt:

Zwischensatz: 3 Tage entsprechen ~ x MA

Lösungssatz:

$$x = \frac{3\,MA \cdot 5\,Tage}{3\,Tage}$$

Die Rechenregel für den ungeraden Dreisatz:

Beginnend auf der rechten Seite (oben) des Beispielsatzes wird nach links multipliziert und dann über Kreuz dividiert:

5 Tage ~ 3 MA

3 Tage ~ x €

Das Ergebnis erscheint dann mit der Benennung MA, weil die Benennung Tage durch Kürzung entfällt. Es sind also: 5 Mitarbeiter.

Dass hier ein ungerader Dreisatz vorliegt, ist so erkennbar: man kann bereits beim ersten Hinsehen zu vermuten, dass bei weniger Tagen eine Steigerung der Mitarbeiterzahl eintreten muss, also ein Dreisatz im ungeraden Verhältnis vorliegt.

Je mehr	5 Tage	~	3 MA	umso weniger
Je weniger	3 Tage	~	x MA	umso mehr

Prozentrechnen

Prozentrechnungen erfolgen entweder mit dem reinen Grundwert, dem erhöhten Grundwert, oder dem verminderten Grundwert.

Der Prozentsatz (z.B. 25%) ist eine Verhältniszahl. Prozent bedeutet von Hundert

$$25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$$

Der Prozentwert ist der auf Basis des Grundwertes ausgerechnete Wert eines Prozentsatzes:

Anlagebetrag: 10.000 €
Zinssatz: 1,75%
Der jährliche Zinsertrag entspricht dann dem Prozentwert:

$$10.000\text{ €} \cdot 1{,}75\% = 10.000\text{ €} \cdot \frac{1{,}75}{100} = 10.000\text{ €} \cdot 0{,}0175 = 175\text{ €}\ (Prozentwert)$$

Unterschiedliche Grundwerte

Grundwert ist der jeweilige Ausgangswert, z.B. in Stk, l, kg, € und ist derjenige Wert, auf den sich der Prozentsatz bezieht. Der Grundwert muss aber nicht immer 100% sein. Es gibt folgende Möglichkeiten:

Reiner Grundwert Berechnung von Hundert	In diesem Fall entspricht der Grundwert 100%
Vermehrter (erhöhter) Grundwert Berechnung auf Hundert	In diesem Fall ist der Grundwert höher als 100%
Verminderter Grundwert Berechnung im Hundert oder Berechnung aus Hundert	In diesem Fall ist der Grundwert niedriger als 100%

Diese Methoden sollten Sie vor allem in der Voll- und Teilkostenrechnung schnell und sicher anwenden können.

Beispiel zum reinen Grundwert

Wir kalkulieren bei einem Produkt Selbstkosten in Höhe von 200 €. Der Gewinn soll 20% betragen. Wie hoch ist der Barverkaufspreis?

Selbstkosten	200,00 €	entspricht 100%
+ Gewinn	? €	entspricht 20%
= Barverkaufspreis	? €	entspricht 120%

Lösung:

$100\ \% \sim 200\ €$

$20\ \% \sim x\ €$

$$x = \frac{200\ €\ \cdot 20\%}{100\%} = \frac{400\ €}{10} = 40\ €$$

Selbstkosten	200,00 €
+ Gewinn 20%	40,00 €
= Barverkaufspreis	240,00 €

Beispiel zum vermehrten (erhöhten) Grundwert

Unser Angebotspreis beträgt 232,00 €. Wir haben 19% Umsatzsteuer berechnet und dies auch im Rechnungsbeleg ausgewiesen. Wie hoch ist der Nettoverkaufspreis?

Angebotspreis (brutto):	232,00 €	entspricht 119%
- Umsatzsteuer	? €	entspricht 19%
= Angebotspreis (netto)	? €	entspricht 100%

Lösung:

$119\ \% \sim 232\ €$

$100\ \% \sim x\ €$

$$x = \frac{232\ € \cdot 100\%}{119\%} = \frac{232\ €}{1{,}19} = 194{,}95798 = 194{,}96\ €$$

Angebotspreis (brutto):	232,00 €
- Umsatzsteuer	37,04 €
= Angebotspreis (netto)	194,96 €

Beispiel zum verminderten Grundwert

Unser Listenverkaufspreis beträgt 220,00 €. Dem Kunden sollen 15% Kundenrabatt eingeräumt werden, die wir jedoch zuvor in unsere Kalkulation mit einrechnen (siehe KLR, differenzierende Zuschlagskalkulation). Wie hoch ist der Angebotspreis?

Listenverkaufspreis	220,00 €	entspricht 85%
+ Kundenrabatt 15%	? €	entspricht 15%
= Angebotspreis:	? €	entspricht 100%

Lösung:

$85\ \% \sim 220\ €$

$100\ \% \sim x\ €$

$$x = \frac{220\ € \cdot 100\%}{85\%} = \frac{220\ €}{0{,}85} = 258{,}82352\ € = 258{,}82\ €$$

Damit wurde der Angebotspreis berechnet.

Der Kundenrabatt ergibt sich aus der Differenz zwischen Angebots- und Listenverkaufspreis.
Oder rückwärts gerechnet:

$$Kundenrabatt\ € = Angebotspreis\ € \cdot 15\% = 258{,}81 \cdot 0{,}15 = 38{,}8215 \approx 38{,}82\ €$$

Listenverkaufspreis	220,00 €
+ Kundenrabatt 15%	38,82 €
= Angebotspreis:	258,81 €

Kaufmännisches Runden

Bei bestimmten Rechenschritten, vor allem beim Multiplizieren und Dividieren, entstehen meist Lösungen mit mehreren Nachkommastellen. Im kaufmännischen Rechnen wird aber überwiegend auf 2 Dezimalstellen nach dem Komma, also auf Centbeträge gerundet. Achten Sie auch auf die Angaben in der Aufgabenstellung!

Die Rundung erfolgt von hinten. Ist die letzte Zahl eine 4, dann wird die davorliegende Zahl abgerundet, ist die letzte Zahl eine 5, wir diese auf die nächsthöhere Zahl aufgerundet. Und so geht es schrittweise von hinten nach vorne, bis die letzte, gewünschte Stelle erreicht ist.

Beispiel

In einem Arbeitsgang sind 238 Teile gefertigt worden. Dafür sind 2.719,38 € an Kosten angefallen. Wie hoch sind die Kosten je Teil?

$$\frac{2.719{,}38\ €}{238\ Stk.} = 11{,}425966\ €\ je\ Stk \approx 11{,}42597\ €\ je\ Stk. \approx 11{,}426\ €\ je\ Stk. \approx 11{,}43\ €\ je\ Stk.$$

Rechnen mit Brüchen

Brüche addieren und subtrahieren

Dabei ist zu unterscheiden, ob die Brüche den gleichen, oder unterschiedliche Nenner haben.

Gleichnamige Brüche

Grundsätzlich müssen Brüche bei der Addition und Subtraktion den gleichen Nenner haben.
Bei gleichnamigen Brüchen ist das kein Problem:

Brüche addieren:
Folgende Brüche sind zu addieren:

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$$

Der gemeinsame Nenner ist 7.

Anschließend können die Zähler addiert werden:

$$\frac{3+4}{7}=\frac{7}{7}=1$$

Brüche subtrahieren:
Folgende Brüche sind zu subtrahieren:

$$\frac{3}{7}-\frac{4}{7}$$

Gleiches Rechenprinzip, wie beim Addieren.

Lösung:

$$\frac{3-4}{7}=-\frac{1}{7}=-0{,}142857$$

Ungleichnamige Brüche

Hier muss also ein gemeinsamer Nenner, der Hauptnenner berechnet werden.

Brüche addieren:
Folgende Brüche sind zu addieren:

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{8}$$

Zuerst muss ein gemeinsamer Nenner gefunden werden:

- durch Multiplikation der beiden Zahlen im Nenner der Brüche, also 7 mal 8 = 56

Anschließend muss

- der Zähler des linken Bruchs mit dem Nenner des rechten Bruchs sowie
- der Zähler des rechten Bruchs mit dem Nenner des linken Bruchs multipliziert werden

Lösung (Achtung! Punkt vor Strich!):

$$\frac{3\cdot 8+4\cdot 7}{56}=\frac{24+28}{56}=\frac{52}{56}=0{,}92857=0{,}929$$

Brüche subtrahieren:
Folgende Brüche sind zu subtrahieren:

$\frac{3}{7} - \frac{4}{8}$

Gleiches Rechenprinzip, wie beim Addieren.

Lösung:

$$\frac{3 \cdot 8 - 4 \cdot 7}{56} = \frac{24 - 28}{56} = \frac{-4}{56} = -0{,}07143 = -0{,}071$$

Das Ergebnis ist ein negativer Wert, weil minus dividiert durch plus gleich minus ergibt.

Brüche multiplieren und dividieren

Brüche multiplizieren:
Folgende Brüche sind zu multiplizieren:

$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{8}$

Bei der Multiplikation von Brüchen werden jeweils die Werte der Zähler, als auch die Werte der Nenner miteinander multipliziert.

Hinweis: Zähler = Dividend, Nenner = Divisor!

Lösung:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{8} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 8} = \frac{12}{56} = 0{,}2142857 = 0{,}214$$

Brüche dividieren:
Folgende Brüche sind zu dividieren:

$\frac{3/7}{4/8}$

Am besten schreibt man die Brüche aus dem Zähler und dem Nenner nebeneinander und trennt diese durch den Operator: (dividieren)

$\frac{3}{7} : \frac{4}{8}$

Lösung:

Anschließend werden Zähler und Nenner kreuzweise multipliziert

$\frac{3}{7} : \frac{4}{8}$

$$\frac{3}{7} : \frac{4}{8} = \frac{3 \cdot 8}{7 \cdot 4} = \frac{24}{28} = 0{,}85714 = 0{,}857$$

Brüche kürzen

Beim Multiplizieren und Dividieren können Brüche auch gekürzt werden. Der Vorteil: Sie geben nach dem Kürzen kürzere Zahlen in den Taschenrechner ein. Das vermindert Fehlerquellen. Hierzu werden die o.g. Beispiele verwendet:

Folgende Brüche sind zu kürzen: $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{8}$	Der rechte Bruch kann jeweils im Zähler und Nenner durch 4 dividiert werden, um gleichwertige Ergebnisse auf Basis gerader Zahlen zu erhalten. Achtung: Punkt vor Strich! Lösung: $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{8} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{14} = 0{,}2142857 = 0{,}214$ Der erste Bruch kann nicht gekürzt werden, weil es keine gerade Zahl gibt, durch die beide Teile, nämlich Dividend und Divisor teilbar sind.
$\frac{3/7}{4/8} = \frac{3}{7} : \frac{4}{8}$	Auch hier kann der rechte Bruch durch die Zahl 4 gekürzt werden. Lösung: $\frac{3}{7} : \frac{4}{8} = \frac{3}{7} : \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7} = 0{,}85714 = 0{,}857$
Kürzen von Dezimalstellen: $\frac{46{,}4 \cdot 100}{80}$	Im kaufmännischen Rechnen kommen immer wieder Dezimalstellen vor. Die Eingabe im Taschenrechner stellt insofern ein Risiko dar, weil manuelle Eingaben immer mit Fehlermöglichkeiten beim Eintippen einhergehen. Dies ist vor allem beim Prozentrechnen der Fall. Im Beispiel werden die Zahlen 100 im Zähler und 80 im Nenner um 100 gekürzt. Damit rückt das Komma zwei Stellen nach links. Lösung: $\frac{46{,}4 \cdot 100}{80} = \frac{46{,}4 \cdot 1}{0{,}8} = \frac{46{,}4}{0{,}8} = 58$

Teilbarkeitsregeln für Zahlen

Eine Zahl ist teilbar durch …, wenn…

Eine Zahl ist teilbar durch…	wenn…	
2	…die letzte Ziffer…	0, 2, 4, 6, 8
5	…die letzte Ziffer…	0, 5
10	…die letzte Ziffer…	0
4	…die letzten beiden Ziffern teilbar durch…	4
8	…die letzten drei Ziffern teilbar durch…	8
3	…die Quersumme teilbar durch…	3
6	…die Quersumme teilbar durch… (nur gerade Zahlen)	3
9	…die Quersumme teilbar durch…	9